

Enseñanza de la Probabilidad: Perspectivas para el aprendizaje de la probabilidad

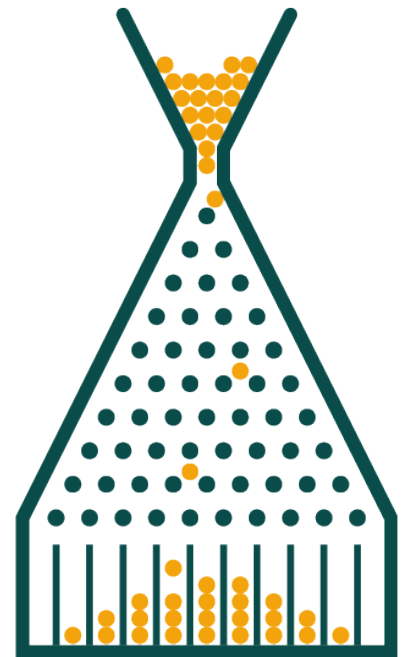
Soledad Estrella

IV Simposio Estadística y Probabilidad
en el aula escolar

IMA - PUCV

diciembre- 2017

Proyecto Fondecyt N° 11140472



Estudio de Clases

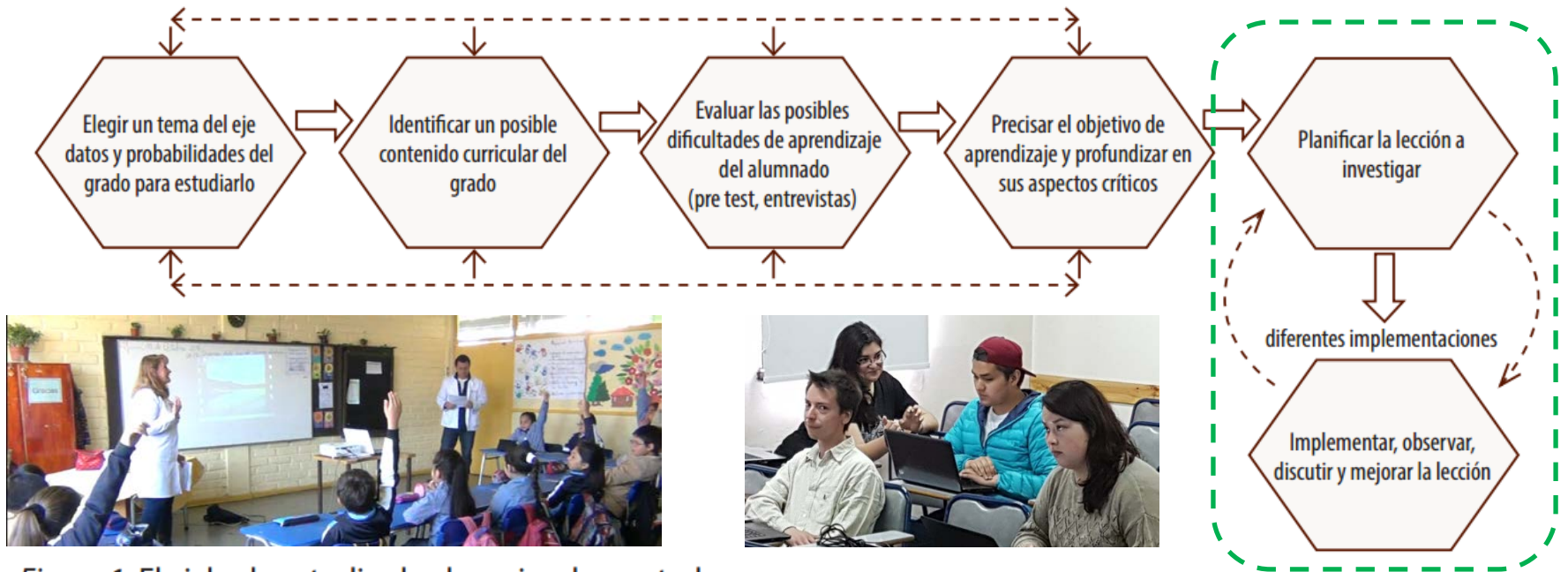


Figura 1. El ciclo de estudio de clases implementado.



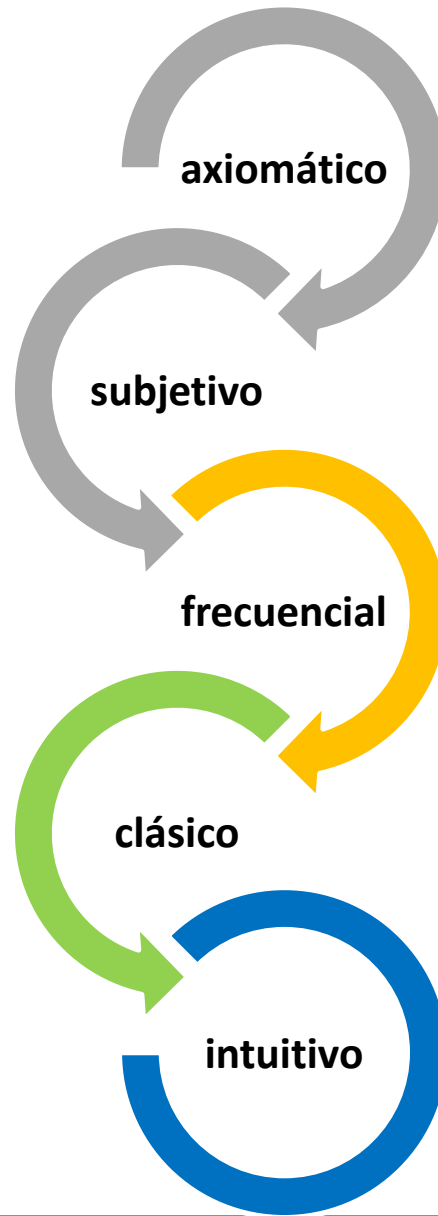
ALFABETIZACIÓN PROBABILÍSTICA

IV Simposio Estadística y Probabilidad en el
aula escolar - IMA - PUCV - 2017 -

La alfabetización probabilística

- es una **competencia necesaria** para estudiantes y profesores responsables de su enseñanza.
- debe **enfrentar a los estudiantes con situaciones desafiantes en escenarios de incertidumbre**, promoviendo la exploración mediante **artefactos aleatorios** y promoción de un **lenguaje informal de incertezas**.
- articular la **predicción y comparación de los resultados de la probabilidad experimental (mayor variabilidad) con la probabilidad teórica**, para desarrollar una comprensión conceptual profunda de la probabilidad.
- adoptar una enseñanza que **vincule los diferentes significados de la probabilidad y se fomenten las representaciones y discusión con argumentación** en el aula.

Significados de la Probabilidad



ALFABETIZACIÓN PROBABILÍSTICA

Significado Intuitivo

- Al igual que aparecieron en las culturas primitivas, **las ideas intuitivas sobre el azar aparecen tanto en niños como en adultos que no han estudiado probabilidades**, quienes usan frases y expresiones coloquiales como posible, previsible, presumible, para “cuantificar” sucesos inciertos y expresar su grado de creencia en ellos.
- En esta aproximación intuitiva, **se asignan cualitativamente probabilidades a los sucesos en base a las preferencias individuales**. En este enfoque se emplean diversas expresiones lingüísticas para referirse a estas comparaciones: "más probable", "muy probable". En algunos casos se ordenan por su mayor verosimilitud y se cuantifican sólo en casos sencillos, sin formalismo matemático.

Significado clásico



- A partir del siglo XVII matemáticos resuelven algunos problemas relacionados con los juegos de azar, pero el concepto de probabilidad no se formaliza hasta comienzos del siglo XVIII.
- La preocupación por las ganancias esperadas en estos juegos, lleva a definir la esperanza matemática antes que la probabilidad.
- La correspondencia entre Pascal y Fermat, se considera como el punto de partida de la teoría de la probabilidad; aunque ellos usan la probabilidad en forma implícita, sin llegar a definirla.
- Laplace propone una forma de cálculo que implica reducir los acontecimientos aleatorios a un cierto número de casos igualmente posibles.
- Por tanto se encuentran pocos casos donde pueda aplicarse este significado, fuera de los juegos de azar.

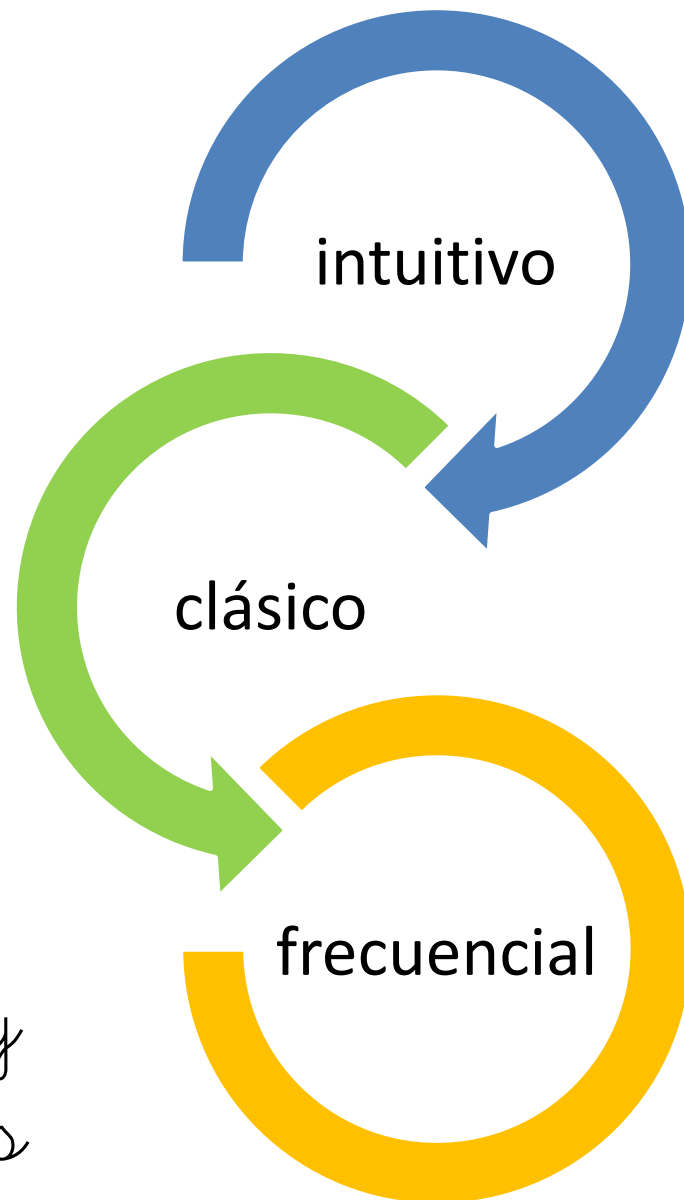
Significado frecuencial

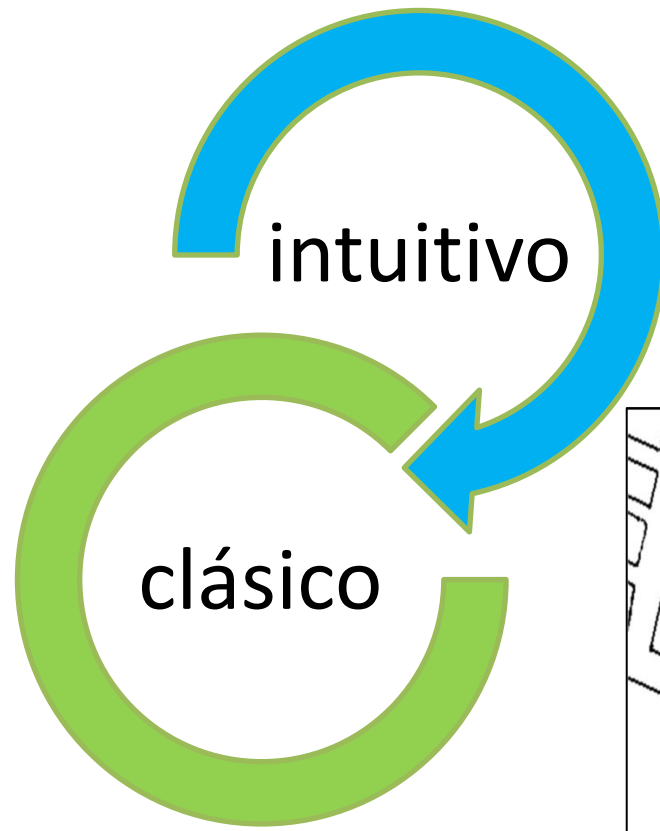


- Bernoulli proporciona la primera demostración de la *ley de los grandes números*. Esta demostración fue aceptada como prueba del carácter objetivo de la probabilidad. Sin embargo, hasta 1928 no se dio una definición formal de la probabilidad desde el punto de vista frecuencial (von Mises, 1952/1928).
- La probabilidad se define como **el valor hipotético hacia el cual tiende la frecuencia relativa de un suceso al estabilizarse**, asumiendo la repetibilidad del ensayo.
- Algunos problemas filosóficos de este enfoque son: **no se obtiene un valor exacto para la probabilidad, sino que siempre se dan aproximaciones; no se sabe con certeza el número idóneo de experimentos para aceptar la estimación; a veces es imposible contar con idénticas condiciones en la experimentación**. Otra objeción es que no se podría aplicar en algunos campos del conocimiento, por ejemplo a fenómenos económicos o históricos que por su naturaleza son irrepetibles.
- Didácticamente **tiene la ventaja de conectar estadística y probabilidad**.

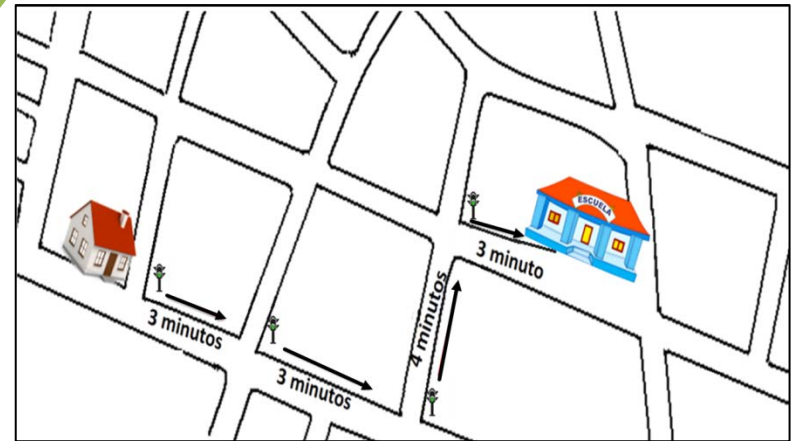
Abordaje de la
probabilidad
escolar
mediante
Estudio de
Clases:

4 Planes de Clases y
6 implementaciones





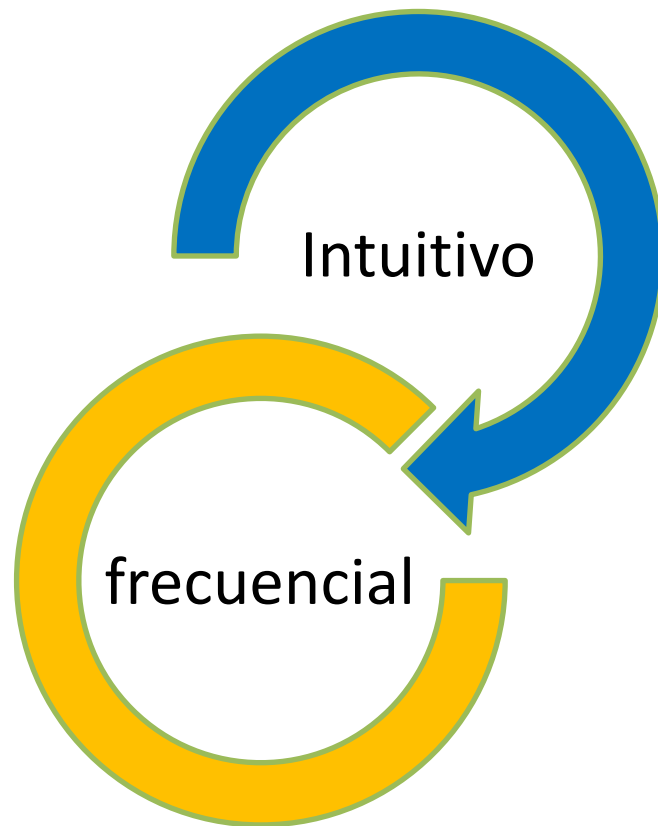
7° Básico



ESTUDIO DE CLASES EN PROBABILIDAD: CLASE, 2017

RAZONAMIENTOS CUALITATIVOS Y CUANTITATIVOS; EQUIPROBABILIDAD

27 Y 30 ALUMNOS, DOS CLASES DEL GRUPO DE ESTUDIO DE CLASES



I Medio



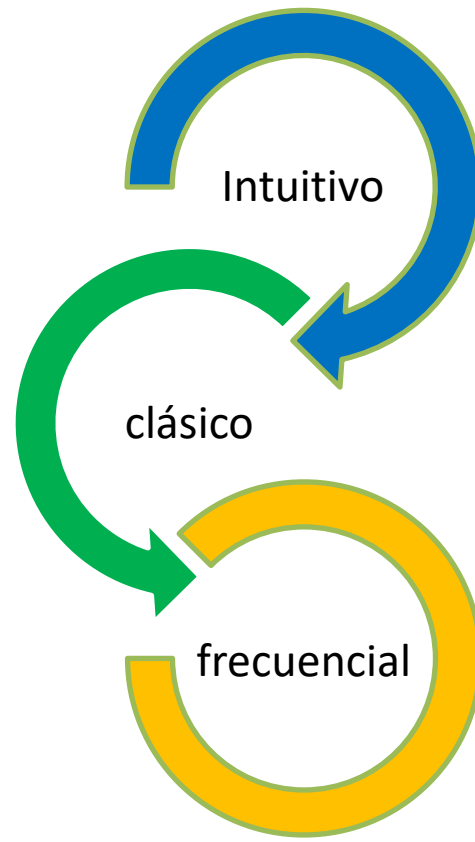
ESTUDIO DE CLASES EN PROBABILIDAD: CLASE, 2017

RAZONAMIENTOS CUALITATIVOS Y CUANTITATIVOS; EQUIPROBABILIDAD

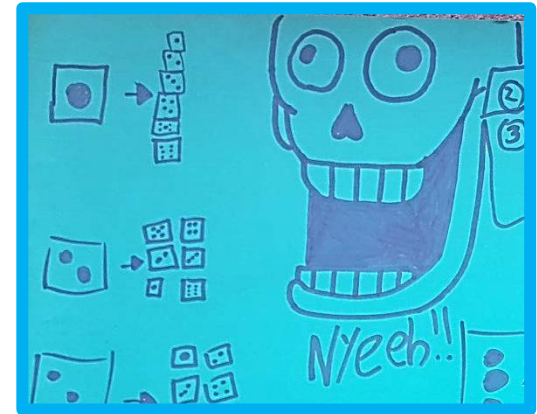
20 Y 17 ALUMNOS, DOS CLASES DEL GRUPO DE ESTUDIO DE CLASES



ESTUDIO DE CLASES EN PROBABILIDAD: CLASE, 2017
RAZONAMIENTOS CUALITATIVOS Y CUANTITATIVOS; NO EQUIPROBABILIDAD
25 ALUMNOS, PRIMERA CLASE DEL GRUPO DE ESTUDIO DE CLASES



I Medio



ESTUDIO DE CLASES EN PROBABILIDAD: CLASE, 2017

RAZONAMIENTOS CUALITATIVOS Y CUANTITATIVOS; NO EQUIPROBABILIDAD

38 ALUMNOS, PRIMERA CLASE DEL GRUPO DE ESTUDIO DE CLASES

4 Planes de Clase

- En todas las lecciones se proveyó de **material concreto para el trabajo experimental** en aula, como dados, naipes, ruletas, fichas o bolitas de colores.
- Se les instó a los alumnos a **obtener datos empíricos para obtener frecuencias relativas en contextos reales,**
- a **comparar las probabilidades experimentales con sus predicciones originales** para que experimentaran la variación que ocurre en sucesos aleatorios;
- promover la **argumentación y uso de representaciones**, con el fin de realizar una abstracción de los conceptos (**independencia, aleatoriedad y variabilidad**) y llegar a comprender los modelos probabilísticos.

Para tener en cuenta

- La **omisión del significado frecuencial puede favorecer la aparición del sesgo de equiprobabilidad** en los niños.
- Es posible que los estudiantes lleguen a **extender la aplicación de la regla de Laplace a todas las situaciones probabilísticas** que enfrentan ya que no conocen otras alternativas de asignar numéricamente probabilidades.
- Un **número de ensayos menor que 30 tienen la desventaja que puede favorecer el sesgo de la ley de los pequeños números.**

**¿QUÉ PROBABILIDAD
EXISTE QUE HAYAN DOS
PERSONAS CON LA
MISMA FECHA DE
CUMPLEAÑOS
EN ESTA AULA?**



Problema del cumpleaños

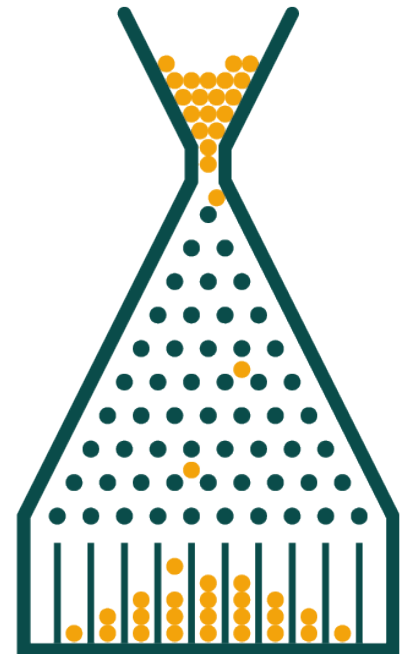
- Establece que de un conjunto de 23 personas, hay una probabilidad un poco mayor a **0,507** de que al menos dos personas de ellas cumplan años el mismo día.
- Para 57 o más personas la probabilidad es mayor a **0,99**.
- ¿Esta verdad matemática se contradijo con la intuición común?



$$1 - p = 1 - \left(\frac{364}{365}\right)^n \text{ para } n=23$$

GRACIAS POR SU PARTICIPACIÓN

PROYECTO FONDECYT Nº 11140472



Significado subjetivo

- La demostración por Bayes de su teorema indicó que la probabilidad (a priori) de un suceso puede revisarse a partir de nuevos datos para transformarse en una probabilidad a posteriori. Esta idea fue retomada más tarde por Ramsey (1931) y de Finetti (1974/1937), quienes **definen las probabilidades como grados de creencia personal basados en el conocimiento y experiencia personal.**
- La probabilidad pierde su carácter objetivo, pues está condicionada por un cierto sistema de conocimientos. No es necesaria la repetición en idénticas condiciones y se amplía el campo de aplicación de las probabilidades.
- La controversia sobre el estatuto científico de esta visión de la probabilidad surge ante la dificultad de hallar una regla para asignar valores numéricos que expresen los grados de creencia personal.
- Didácticamente **el interés de esta visión es que formaliza la idea intuitiva de aprender de la experiencia.**